生命保険数学 問題8　(平成20年11月19日)　(制限時間: 50分)

1. 次の[　　]に当てはまる適切な式、記号又は数値を書け (脚注に注意[1])。

(1) $l_{x+1}^{aa} = l_x^{aa} - d_x^{aa} - [\ i_x\ ]$

(2) $l_{x+1}^{ii} = l_x^{ii} + [\ i_x\ ] - d_x^{ii}$

(3) $[\ q_x^{(i)}\ ] = \dfrac{i_x}{l_x^{aa}}$

(4) $p_x^{aa} = 1 - q_x^{aa} - [\ q_x^{(i)}\ ]$

(5) $q_x^{aa*} = \dfrac{d_x^{aa}}{[\ l_x^{aa} - \frac{1}{2} i_x\ ]}$

(6) $q_x^{i} = \dfrac{d_x^{ii}}{[\ l_x^{ii} + \frac{1}{2} i_x\ ]}$

(7) $q_x^{a} = \dfrac{d_x^{aa} + [\ \frac{1}{2} i_x q_x^i\ ]}{l_x^{aa}}$

(8) $p_x^{ai} = \dfrac{i_x\left(1 - [\ \frac{1}{2} q_x^i\ ]\right)}{l_x^{aa}}$

(9) ${}_tp_x^{ai} = \dfrac{l_{x+t}^{ii} - [\ l_x^{ii}\ {}_tp_x^i\ ]}{l_x^{aa}}$

(10) ${}_tp_x^{a} = {}_tp_x^{ai} + [\ {}_tp_x^{aa}\ ]$ (一つの記号)

(11) ${}_tp_x^{a} = \dfrac{l_{x+t} - [\ l_x^{ii}\ {}_tp_x^i\ ]}{l_x^{aa}}$

(12) ${}_{t|}q_x^{ai} = \dfrac{[\ d_{x+t}^{ii} - l_x^{ii}\ {}_{t|}q_x^i\ ]}{l_x^{aa}}$

(13) $a_{x:\overline{n|}}^{ai} = [\ a_{x:\overline{n|}}^{a}\ ] - a_{x:\overline{n|}}^{aa}$

(14) $a_{x:\overline{n|}}^{a(i:\overline{m|})} = a_{x:\overline{n|}}^{ai} - v^m\,{}_mp_x^{aa}[\ a_{x+m:\overline{n-m|}}^{ai}\ ]$

(15) 災害による入院の保険において、給付金の日額をδ, 入院4日以内は給付対象外、給付は入院日数から4日分カット、最長給付120日の場合、各入院日数毎の発生率をq^{ahi}とすると、その純保険料は $v^{\frac{1}{2}}\sum_{i=5}^{[124]}[\ q^{ahi}(i-4)\delta\ ] + v^{\frac{1}{2}}\sum_{i\geq[125]}[\ q^{ahi}\cdot 120\cdot\delta\ ]$ となる。

(16) 入院特約において、x歳加入 保険期間n年とした場合、年齢y歳の被保険者のその後1年間の入院率をq_y^{sh}, 入院した場合の平均給付日数をT_y^{sh}とすると、入院給付金日額1に対する年払平準純保険料は $P = \dfrac{\sum_{t=0}^{n-1} v^{t+\frac{1}{2}}[\ {}_tp_x\ q_{x+t}^{sh}\ T_{x+t}^{sh}\ ]}{\ddot{a}_{x:\overline{n|}}}$ で与えられる。

2. 就業者の死力が$\mu_x^{ad} = c_1$, 就業不能瞬間発生率が$\mu_x^{ai} = c_2$, 就業不能者の死力が$\mu_x^{id} = c_3$のとき、次をc_1, c_2, c_3を用いて表せ。但し $c_1 + c_2 \neq c_3$ とする。

(17) ${}_tp_x^{aa} = e^{-(c_1+c_2)t}$

(18) ${}_tp_x^{i} = e^{-c_3 t}$

(19) ${}_tp_x^{ai} = \dfrac{c_2}{c_1+c_2-c_3}\left(e^{-c_3 t} - e^{-(c_1+c_2)t}\right)$

(20) ${}_tp_x^{a} = \dfrac{c_2 e^{-c_3 t} + (c_1 - c_3) e^{-(c_1+c_2)t}}{c_1+c_2-c_3}$

3. 次を計算基数を用いて表せ。[2]

(21) $\ddot{a}_{x:\overline{n|}}^{aa} = \dfrac{N_x^{aa} - N_{x+n}^{aa}}{D_x^{aa}}$

(22) $A_{x:\overline{n|}}^{i} = \dfrac{M_x^i - M_{x+n}^i + D_{x+n}^i}{D_x^i}$

(23) $A_{x:\overline{n|}}^{(i)} = \dfrac{M_x^{(i)} - M_{x+n}^{(i)}}{D_x^{aa}}$

(24) $\ddot{a}_{x:\overline{n|}}^{a} = \dfrac{N_x - N_{x+n}}{D_x^{aa}} - \dfrac{D_x^{ii}}{D_x^{aa}}\cdot\dfrac{N_x^i - N_{x+n}^i}{D_x^i}$

(25) $A_{\overset{1}{x}:\overline{n|}}^{ai} = \dfrac{M_x^{ii} - M_{x+n}^{ii}}{D_x^{aa}} - \dfrac{D_x^{ii}}{D_x^{aa}}\cdot\dfrac{M_x^i - M_{x+n}^i}{D_x^i}$

[1]就業不能状態からの回復はないものとする。(1)–(14) では脱退は一年を通じて一様に起こるものとする。

[2]$D_x, N_x, M_x, D_x^{aa}, N_x^{aa}, M_x^{aa}, M_x^{(i)}, D_x^{ii}, N_x^{ii}, M_x^{ii}, D_x^i, N_x^i, M_x^i$ などを用いて表せ。

2. (17) $${}_tp_x^{aa} = \exp\left(-\int_0^t (\mu_{x+s}^{ad} + \mu_{x+s}^{ai})\, ds\right) = e^{-(c_1+c_2)t}$$ 〃

(18) $${}_tp_x^{i} = \exp\left(-\int_0^t \mu_{x+s}^{id}\, ds\right) = e^{-c_3 t}$$

(19) $${}_tp_x^{ai} = \int_0^t \underline{{}_sp_x^{aa}\,\mu_{x+s}^{ai}\,{}_{t-s}p_{x+s}^{i}}\, ds$$

(x)はs年間activeでx+s才のときinvalidとなり
t−s年間生存する.

$$= \int_0^t e^{-(c_1+c_2)s}\, c_2\, e^{-c_3(t-s)}\, ds = c_2 e^{-c_3 t}\int_0^t e^{-(c_1+c_2-c_3)s}\, ds$$

$$= \frac{c_2}{c_1+c_2-c_3}\left(e^{-c_3 t} - e^{-(c_1+c_2)t}\right)$$

(20) $${}_tp_x^{a} = {}_tp_x^{aa} + {}_tp_x^{ai} = \frac{1}{c_1+c_2-c_3}\left(c_2 e^{-c_3 t} + (c_1-c_3)\, e^{-(c_1+c_2)t}\right)$$ 〃

3. (24) $$\ddot{a}^{a}_{x:\overline{n|}} \underset{(11)}{=} \sum_{t=0}^{n-1} v^t\, \frac{l_{x+t} - l_x^{ii}\,{}_tp_x^{i}}{l_x^{aa}} = \sum_{t=0}^{n-1} v^t \frac{l_{x+t}}{l_x^{aa}} - \frac{l_x^{ii}}{l_x^{aa}} \sum_{t=0}^{n-1} v^t\,{}_tp_x^{i}$$

$$= \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x^{aa}} - \frac{D_x^{ii}}{D_x^{aa}}\,\frac{N_x^{i} - N_{x+n}^{i}}{D_x^{i}}$$ 〃

(25) $$A^{ai}_{\overset{1}{x}:\overline{n|}} = \sum_{t=1}^{n} v^t\,{}_{t-1|}q_x^{ai} \underset{(12)}{=} \sum_{t=1}^{n} v^t\,\frac{d_{x+t-1}^{ii}}{l_x^{aa}} - \frac{l_x^{ii}}{l_x^{aa}} \sum_{t=1}^{n} v^t\,{}_{t-1|}q_x^{i}$$

$$= \frac{M_x^{ii} - M_{x+n}^{ii}}{D_x^{aa}} - \frac{D_x^{ii}}{D_x^{aa}}\,\frac{M_x^{i} - M_{x+n}^{i}}{D_x^{i}}$$ 〃