生命保険数学 問題5　(平成20年10月29日)　(制限時間: 60分)

1. 次の[　　]に当てはまる適切な式、記号又は数値を書け。

x 歳加入 n 年契約 m 年年払 養老保険 死亡保険金即時払い (生存保険金1, 死亡保険金1) を考える。ただし、新契約費率 新契約時にのみ保険金額1に対し α, 集金経費率 保険料払込のつど営業保険料1に対し β, 維持費率 保険料払込中は毎年始に保険金額1に対し γ, 保険料払済後に毎年始に保険金額1に対し γ' とする。

(1) 営業保険料は ${}_m\overline{P}^{\,*}_{x:\overline{n}|} = \left[\dfrac{1}{1-\beta}\left\{ {}_m\overline{P}_{x:\overline{n}|} + \dfrac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{m}|}} + \gamma + \gamma'\left(\dfrac{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{m}|}} - 1\right)\right\} \right]$ となる。 (p.2も参照)

$\alpha, \beta, \gamma, \gamma'$ を安全割増や営業利益を含まない経費のみを考えたものとする。

(2) 充足保険料式責任準備金 ${}^{m}_{t}\overline{V}^{[A]}_{x:\overline{n}|}$ を考えると、次の (a), (b) の差となる。

(a) 将来の支出現価 $= \overline{A}_{x+t:\overline{n-t}|} + \beta\, {}_m\overline{P}^{\,*}_{x:\overline{n}|}\left[\ddot{a}_{x+t:\overline{m-t}|}\right] + \gamma\left[\ddot{a}_{x+t:\overline{m-t}|}\right] + \gamma'\left(\left[\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|} - \ddot{a}_{x+t:\overline{m-t}|}\right]\right)$

(b) 将来の収入現価 $= {}_m\overline{P}^{\,*}_{x:\overline{n}|}\left[\ddot{a}_{x+t:\overline{m-t}|}\right]$

(3) (2) の結果に (1) を代入しを整理することで次を得る。

$${}^{m}_{t}\overline{V}^{[A]}_{x:\overline{n}|} = \overline{A}_{x+t:\overline{n-t}|} - \left(\left[{}_m\overline{P}_{x:\overline{n}|}\right] + \frac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{m}|}}\right)\left[\ddot{a}_{x+t:\overline{m-t}|}\right] + \gamma'\left(\left[\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|} - \frac{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{m}|}}\ddot{a}_{x+t:\overline{m-t}|}\right]\right)$$

(4) このとき調整純保険料 $P^{[I]}$ は ${}_m\overline{P}^{[I]}_{x:\overline{n}|} = {}_m\overline{P}_{x:\overline{n}|} + P^{[\gamma]}$, $P^{[\gamma]} = \gamma + \gamma'\left(\left[\dfrac{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{m}|}} - 1\right]\right)$ となる。

(5) 調整純保険料式責任準備金 ${}_tV^{[I]}$ は事業費責任準備金 ${}_tV^{[\gamma]}$ を用いて、${}^{m}_{t}\overline{V}^{[I]}_{x:\overline{n}|} = \left[{}^{m}_{t}\overline{V}_{x:\overline{n}|}\right] + {}^{m}_{t}\overline{V}^{[\gamma]}_{x:\overline{n}|}$ となる。ここで、$t < m$ で ${}^{m}_{t}\overline{V}^{[\gamma]}_{x:\overline{n}|} = \left[\gamma'\left(\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|} - \dfrac{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{m}|}}\ddot{a}_{x+t:\overline{m-t}|}\right)\right]$,

$t \geq m$ で ${}^{m}_{t}\overline{V}^{[\gamma]}_{x:\overline{n}|} = \left[\gamma'\,\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|}\right]$ となる。

以下、γ' 中の死亡保険に対応する分を $\gamma'^{(1)} = 0.001$, 生存保険に対応する分を $\gamma'^{(2)} = 0.001$ とする。生保標準生命表1996 男性／計算基数表 (利率 $i = 2\%$) を用いて以下の数値を求めよ。

(6) 50歳時点で払済保険に変更した。解約返戻金 ${}_tW = 0.50$, 残りの保険期間 $n - t = 15$ 年とするとき、新しい保険金額は $S =$ [0.6416] となる (小数第5位を四捨五入せよ)。 (c.f. p.2)

(7) 50歳時点で延長保険に変更した。解約返戻金 ${}_tW = 0.50$, 残りの保険期間 $n - t = 15$ 年とするとき、新しい生存保険金額は $S' =$ [0.5825] となる (小数第5位を四捨五入せよ)。 (cf p.2)

(8) 35歳時点で延長保険に変更した。解約返戻金は ${}_tW = 0.10$ であった。このとき、延長可能な保険期間は $T =$ [27] 年となる (整数で求めよ)。 (cf p.2)

(9) (1) の前で述べた養老保険から、t 年経過後 $(t < m)$ に死亡保険金2, 生存保険金2の養老保険 (死亡保険金即時払) に転換する。元の契約の責任準備金を用いて新しい同一の保険期間, 同一の払込期間の払済保険を購入し、新契約の保険料を、新保険金額から払済保険金額を差し引い金額に対して計算する場合、新しい保険料は $\left[{}_{m-t}\overline{P}_{x+t:\overline{n-t}|}\left(2 - \dfrac{{}^{m}_{t}\overline{V}_{x:\overline{n}|}}{\overline{A}_{x+t:\overline{n-t}|}}\right)\right]$ となる。
ただし、保険料および責任準備金は純保険料式のものとせよ。

(10) 保険料振替貸付において、払込遅延があった時点での既往の貸付金総額を ${}_tL$, 年払保険料を P, 貸付金に対する利率を i' とすると、$\left[({}_tL + P)(1 + i')\right] \leq {}_{t+1}W$ が満足される限り、貸付が可能となる。

(1) $${}_m\bar{P}^*_{x:\overline{n}|} = \frac{\bar{A}_{x:\overline{n}|} + \alpha + \gamma\ddot{a}_{x:\overline{m}|} + \gamma'(\ddot{a}_{x:\overline{n}|} - \ddot{a}_{x:\overline{m}|})}{(1-\beta)\ddot{a}_{x:\overline{m}|}}$$ でもよい。

(6) $${}_tW = S(\bar{A}_{x+t:\overline{n-t}|} + \gamma'\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|})$$

より

$$0.50 = S\left(\frac{\underset{20,237.99}{\bar{M}_{50}} - \underset{16,798.83}{\bar{M}_{65}} + \underset{23,113}{D_{65}}}{\underset{35,209}{D_{50}}} + \underset{0.002}{\gamma'}\cdot\frac{\underset{773,707}{N_{50}} - \underset{330,458}{N_{65}}}{D_{50}}\right)$$

となるから $S = 0.64159\cdots$

(7) $${}_tW = \bar{A}^{\ 1}_{x+t:\overline{n-t}|} + \gamma'^{(1)}\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|} + S'(A_{x+t:\overline{n-t}|}^{\quad\ 1} + \gamma'^{(2)}\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|})$$

より

$$0.50 = \frac{\bar{M}_{50} - \bar{M}_{65}}{D_{50}} + 0.001\cdot\frac{N_{50} - N_{65}}{D_{50}} + S'\left(\frac{D_{65}}{D_{50}} + 0.001\cdot\frac{N_{50} - N_{65}}{D_{50}}\right)$$

となり $S' = 0.58252\cdots$

(8) $0.10 \geqq \bar{A}^{\ 1}_{35:\overline{T}|} + \gamma'^{(1)}\ddot{a}_{35:\overline{T}|}$ となる最大の T を見つければよい。

これは $$0.10 D_{35} \geqq \bar{M}_{35} - \bar{M}_{35+T} + 0.001(N_{35} - N_{35+T})$$

より $$\bar{M}_{35+T} + 0.001\cdot N_{35+T} \geqq \underset{21,473,322}{\bar{M}_{35}} + 0.001\underset{1,407,521}{N_{35}} - 0.1\cdot\underset{48,860}{D_{35}} = 17,994,843$$

$\bar{M}_x$ に着目して探すと（$\bar{M}_x$ は5ケタ, $0.001N_x$ は3ケタだから）

$\bar{M}_{63} + 0.001 N_{63} = 17,460.62 + 0.001\cdot 379,098 = 17,839.718$

$\bar{M}_{62} + 0.001 N_{64} = 17,964.89 + 0.001\cdot 404,621 = 18,169.011$

となるから $T = 62 - 35 = 27$