微分積分学 AD II，数学序論演習 II　テスト 7 回目　出題日 2008 年 2 月 8 日

注意 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^s}$ $(s>0)$ の発散・収束などの定理は証明なしに用いても構わない。
$\cos x$, $\log(1+x)$, $\dfrac{1}{1-x}$ の Maclaurin 展開式は証明なしに用いても構わない。

1. 次の冪級数の収束域を求めよ。

(1) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n^2}x^n$　(2) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\log(n+2)}x^n$　(3) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\frac{n!}{(3n)!}x^{3n}$

(4) $x+\left(1+\dfrac{1}{3}\right)x^2+\cdots+\left(1+\dfrac{1}{3}+\cdots+\dfrac{1}{2n-1}\right)x^n+\cdots$

2. 次の関数を $x=0$ 中心に Taylor 展開せよ。収束半径はいくらか。

(1) $\cos^3 x$　(ヒント: まず、$\cos 3x$ を $\cos x$ の関数として表せ。)

(2) $\log(1+2x-3x^2)$

3. $f(x)=\dfrac{4}{4x-x^2}$ を $x=1$ 中心に冪級数展開せよ。収束半径はいくらか。
(ヒント: まず、部分分数展開せよ。)

4. 次の微分方程式を解け。

(1) $xy+(1+x^2)\dfrac{dy}{dx}=0$

(2) $2xy\dfrac{dy}{dx}=x^2+y^2$　(同次形)

(3) $x\dfrac{dy}{dx}+y=x\log x$　(1 階線形方程式)

(4) $x\dfrac{dy}{dx}+y=-x^3y^2$　(ヒント：まず $y\neq 0$ とし $u=y^{1-2}$ とおけ)

連絡 2 月 15 日 (金) 14:50 から答案用紙を返却するので、返却を希望する者は複合棟 412 室 (いつもの講義室) に受け取りに来ること。