

1. $f(x, y) = x^3 - 3x^2y + y^3 + 3 = 0$ によって定まる陰関数 $y = \varphi(x)$ の極値を求めよ。
ただし、 $f_y(x, y) = f(x, y) = 0$ となる x については考えなくてよい。

2. $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + 2z^2 - 4$ について、以下を解け。
 - (1) $f(x, y, z) = 0$ によって定まる陰関数 $z = \varphi(x, y)$ の x, y に関する偏導関数を求めよ。
 - (2) 曲面 $S: f(x, y, z) = 0$ 上の点 $(1, -1, 1)$ での S の接平面 α の方程式を求めよ。
 - (3) (2) で求めよ接平面 α に関して点 $A(0, 2, 0)$ と対称な点 A' の座標を求めよ。

3. $x = \frac{1}{2} \log(u^2 + v^2)$, $y = \text{Arctan} \frac{v}{u}$, $z = uv$ (ただし $u \neq 0$) のとき、次を求めよ。
 - (1) u, v の x, y に関する偏導関数をそれぞれ求めよ。
 - (2) z の x, y に関する偏導関数を求めよ。注意: (1), (2) とともに u, v の式で表してください。

4. 条件 $\varphi(x, y) = x^2 + y^4 - 1 = 0$ のもとでの関数 $f(x, y) = x - 2y^2$ の最大値、最小値と、それを与える点を求めよ。

5. 条件 $\varphi(x, y, z) = 4x^2 + y^2 + z^2 - 4 = 0$ のもとでの関数 $f(x, y, z) = 4xy + z$ の最大値、最小値と、それを与える点を求めよ。