

1. 次の逆三角関数に関する値を求めよ。

(1)  $\text{Arccos}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$       (2)  $\text{Arctan} \frac{\sqrt{3}+1}{1-\sqrt{3} \cdot 1}$

2. 中間値の定理を用いて以下を示せ。

(1)  $f(x)$  が  $[0, 2]$  で連続で  $0 < f(x) < 2$  をみたせば、 $f(x) = x$  は  $0 \leq x \leq 2$  において少なくとも一つ解を持つ。

(2) 三次方程式は実解をもつ。

3.  $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{t} = 1$  または  $\lim_{t \rightarrow 0} (1+t)^{1/t} = e$  のいずれかを用いて、次の極限を求めよ。

(1)  $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{1-\cos x}}$       (2)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 1}{x}$       (3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{n} + \frac{2}{n^2}\right)^n$

(4)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\text{Arcsin } x}$       (5)  $\lim_{x \rightarrow 1-0} \frac{(\text{Arccos } x)^2}{x-1}$

4.  $f(x) = \begin{cases} x & (x \text{ は有理数}) \\ 0 & (x \text{ は無理数}) \end{cases}$  と定める。次を示せ。

(1)  $f(x)$  は  $x = 0$  で連続である。

(2)  $a \neq 0$  とする。 $f(x)$  は  $x = a$  で連続ではない。

5. (1)  $f(x) = \cos x$  が  $(-\infty, \infty)$  で一様連続であることを示せ。

(2)  $f(x) = \sin \frac{\pi}{x}$  が  $(0, 1)$  で一様連続ではないことを示せ。