微分積分学 AD II, 数学序論演習 II テスト 5 回目 出題日 2007 年 2 月 13 日

1. 曲線 $4(2x+y)^2+y^2=4$ によって囲まれた部分の面積を求めよ。

2. 次に示された $\mathbf{R}^3$ の部分の体積を求めよ。

$$0 \le z \le \mathrm{Arctan}\,\frac{y}{x},\ 1 \le x^2+y^2 \le 4,\ \frac{1}{\sqrt{3}}x \le y \le \sqrt{3}x$$

3. 球面 $x^2+y^2+z^2=1$ が $x^2+y^2=x$ によって切り取られる部分の表面積を求めよ。

4. 次の線積分を求めよ。ただし、(2), (3) において C には正の向きが与えられているとする。

(1) $\displaystyle\int_C y\,dx+2x\,dy, \qquad C: x=\cos t, y=\sin t,\ (0 \le t \le \pi)$

(2) $\displaystyle\int_C x^2y\,dx+y^3\,dy, \qquad C$ は $y=\sqrt{x}$ と $y=x^2$ の囲む部分の境界

(3) $\displaystyle\int_C \frac{-y}{x^2+y^2}\,dx+\frac{x}{x^2+y^2}\,dy, \qquad C$ は $(x-1)^2+y^2=9$

(ヒント：K を $(x-1)^2+y^2 \le 9, x^2+y^2 \ge 1$ として Green の定理を用いることで、C が $x^2+y^2=1$ の場合に帰着せよ。)

5. 次の微分方程式を解け。

(1) $\displaystyle (x-1)\,\frac{dy}{dx}+2y=0$

(2) $\displaystyle (x+y)^2\,\frac{dy}{dx}=2y^2$

(3) $\displaystyle \frac{dy}{dx}=-\frac{y}{x+1}+\log(x+1)$

(ヒント：(2) は同次形、(3) は 1 階線形方程式。)

連絡 2 月 17 日 (金) 14:45 から答案用紙を返却するので、返却を希望する者は複合棟 412 室 (いつもの講義室) に受け取りに来ること。