

1. 極限 $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,0)} \frac{x^2 + y^2 + 3x - 4y - 4}{\sqrt{(x-1)^2 + y^2}}$ は存在するか? 存在すればそれを求め、存在しなければそれを示せ。
2. $f(x, y) = \sqrt{|xy|}$ とおく。
 - (1) $f(x, y)$ が点 $(0, 0)$ において連続であり、また、偏微分可能であることを示せ。
 - (2) $f(x, y)$ が点 $(0, 0)$ において全微分可能ではないことを示せ。
3. 関数 $z = x^2 + xy - y^3$ の表す曲面上の点 $(1, 1, 1)$ における接平面の方程式を求めよ。また、点 $(6, 2, 0)$ を通りこの平面に垂直な直線の方程式を求め、点 $(6, 2, 0)$ からこの平面までの距離を求めよ。
4. $z = \frac{1}{\sqrt{4\pi t}} e^{-\frac{x^2}{4t}}$ とする。このとき、 z_t, z_{xx} を求め、 $z_t = z_{xx}$ を示せ。
5. $z = f(x, y)$ の 2 次偏導関数は $f_{xx}, f_{xy}, f_{yx}, f_{yy}$ の 4 通りあるが、もし $f(x, y)$ が C^2 級であれば $f_{xy} = f_{yx}$ となるため 3 通りとなる。では、 $w = f(x, y, x)$ が C^n 級であればその n 次偏導関数は何通りあるか。求めよ。
6. (1) $w = \text{Arctan}(x^2 + y^2 + z^2)$, $x = a \cos t$, $y = a \sin t$, $z = ht$ のとき、 $\frac{dw}{dt}$ を求めよ。ただし、 a, h は定数とする。
(2) $z = xy$, $x = \text{Arcsin } uv$, $y = \text{Arccos } uv$ のとき、 $\frac{\partial z}{\partial u}$ を求めよ。
7. $f(x, y) = e^{2x} \cos 3y$ について点 $(0, 0)$, $n = 6$ に対して Taylor の定理を適用したときの、 $x^3 y^2$ の係数を求めよ。

以上