数の文化 2003 年 7 月 9 日 **営業保険料**

(1) 年払営業保険料 P^*

Sprague の方法 $\cdots$ 経費の実際の支払形態に基づいて付加する基準を考え、それらを収支相等の保険料算式に取り入れる方法

以下、養老保険 (x 歳加入, m 年払込, n 年契約, 死亡保険金 1 死亡時即時払い, 生存保険金 1) を例に取り考える。

新契約費 : 新契約時にのみ保険金額 1 に対し α (例えば $\alpha = 0.025$ or 2.5 %)
集金経費 : 保険料払込のつど営業保険料 1 に対し β (例えば $\beta = 0.03$ or 3 %)
維持費 (a) 保険料払込中は毎年始に保険金額 1 に対し γ (例えば $\gamma = 0.003$ or 3 ‰)
(b) 保険料払済後に毎年始に保険金額 1 に対し γ' (例えば $\gamma' = 0.002$ or 2 ‰)
(α を**予定新契約費率**, β を**予定集金経費率**, γ, γ' を**予定維持費率**という。)

この営業保険料を ${}_m\overline{P}^{\,*}_{x:\overline{n}|}$ で表すと収支相等の原則より

$$ {}_m\overline{P}^{\,*}_{x:\overline{n}|}\ddot{a}_{x:\overline{m}|} = \overline{A}_{x:\overline{n}|} + \alpha + \beta \cdot {}_m\overline{P}^{\,*}_{x:\overline{n}|}\ddot{a}_{x:\overline{m}|} + \gamma\ddot{a}_{x:\overline{m}|} + \gamma'(\ddot{a}_{x:\overline{n}|} - \ddot{a}_{x:\overline{m}|}) $$

これより

$$ \begin{aligned} {}_m\overline{P}^{\,*}_{x:\overline{n}|} &= \frac{\overline{A}_{x:\overline{n}|} + \alpha + \gamma\ddot{a}_{x:\overline{m}|} + \gamma'(\ddot{a}_{x:\overline{n}|} - \ddot{a}_{x:\overline{m}|})}{(1-\beta)\ddot{a}_{x:\overline{m}|}} \\ &= {}_m\overline{P}_{x:\overline{n}|}\left(1 + \frac{\beta}{1-\beta}\right) + \frac{\alpha + \gamma\ddot{a}_{x:\overline{m}|} + \gamma'(\ddot{a}_{x:\overline{n}|} - \ddot{a}_{x:\overline{m}|})}{(1-\beta)\ddot{a}_{x:\overline{m}|}} \end{aligned} $$

このとき、以下に注意する。
・ 全期払込のときは $m = n$ なので γ' の項がない。
・ 死亡時期末払の養老保険なら $\overline{P}, \overline{A}$ を P, A に置きかえればよい。
いずれにせよ、$P^* = P(1+k) + C$ と表せる。

(2) 一時払い営業保険料 A^*

通常 (1) で $\beta = \gamma = 0$(一時払いなのでこれらの経費はない) とすればよいので、

$$ \overline{A}^{\,*}_{x:\overline{n}|} = \overline{A}_{x:\overline{n}|} + \alpha + \gamma'\ddot{a}_{x:\overline{n}|} $$

となる。

以上のことは定期保険やその他のより複雑な保険についても同様に取り扱いが出来る。

例えば、x 歳加入, n 年満期全期払込の養老保険 ($n \geqq 0$) で, 新契約費は契約時に年払営業保険料 1 に対し α_1 (例えば $\alpha_1 = 0.5$), 更に主として募集者に対する継続手数料支給のため第 2 年度 α_2 (例えば $\alpha_2 = 0.1$), 第 3 年度以降第 10 年度までは α_3 (例えば $\alpha_2 = 0.03$), 第 11 年度以降は α_4 (例えば $\alpha_4 = 0.02$) とする。また、保険金支給経費として (β や γ 以外に) 死亡あるいは満期時に保険金額 1 に対し γ_1 (例えば $\gamma_1 = 0.005$) が一時に必要であるとすると、この場合の収支相等の式は

$$ \begin{aligned} \overline{P}^{\,*}_{x:\overline{n}|}\ddot{a}_{x:\overline{n}|} &= \overline{A}_{x:\overline{n}|} + \{\alpha_1 + \alpha_2(\ddot{a}_{x:\overline{2}|} - \ddot{a}_{x:\overline{1}|}) + \alpha_3(\ddot{a}_{x:\overline{10}|} - \ddot{a}_{x:\overline{2}|}) + \alpha_4(\ddot{a}_{x:\overline{n}|} - \ddot{a}_{x:\overline{10}|})\}\overline{P}^{\,*}_{x:\overline{n}|} \\ &\quad + \beta\overline{P}^{\,*}_{x:\overline{n}|}\ddot{a}_{x:\overline{n}|} + \gamma\ddot{a}_{x:\overline{n}|} + \gamma_1\overline{A}_{x:\overline{n}|} \end{aligned} $$

これを解いて

$$ \overline{P}^{\,*}_{x:\overline{n}|} = \frac{(1+\gamma_1)\overline{A}_{x:\overline{n}|} + \gamma\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}{(1-\beta-\alpha_4)\ddot{a}_{x:\overline{n}|} - (\alpha_3-\alpha_4)\ddot{a}_{x:\overline{10}|} - (\alpha_2-\alpha_3)\ddot{a}_{x:\overline{2}|} - (\alpha_1-\alpha_2)} $$

となる。
・ 生命年金のときは、年金支給開始時点における現価を生命保険における生存保険金とみなして付加保険料を定める方法が用いられる。

(3) 分割払営業保険料

(a) 分割賦払保険料のとき ($P^{[k]*}$:年 k 回分割賦払の営業保険料年額)
正しくは $P^* = P^{[k]*} \cdot \ddot{a}^{(k)}_{x:\overline{1}|}$ とすればよい。わが国では慣行として次を用いている。

・ 半年払 : $\frac{1}{2}P^{[2]*} = \frac{1.04}{2}P^*$ ・ 3 月払 : $\frac{1}{4}P^{[4]*} = \frac{1.06}{4}P^*$ ・ 月払 : $\frac{1}{12}P^{[12]*} = \frac{1}{11}P^*$

(b) 分割払真保険料のとき ($P^{(k)*}$:年 k 回分割払のときの年額)
この場合年払い保険料 $\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$ を $\ddot{a}^{(k)}_{x:\overline{n}|}$ とすればよい。ただし、γ については各払込時点で使用される予定維持費の年額と解釈し、払込済みの契約の維持費については毎年始に γ' が使用されると考える。

このとき収支相等の式は

$$ {}_m\overline{P}^{(k)\,*}_{x:\overline{n}|}\cdot \ddot{a}^{(k)}_{x:\overline{m}|}=\overline{A}_{x:\overline{n}|}+\alpha+\beta\,{}_m\overline{P}^{(k)\,*}_{x:\overline{n}|}\cdot \ddot{a}^{(k)}_{x:\overline{m}|}+\gamma\ddot{a}^{(k)}_{x:\overline{m}|}+\gamma'(\ddot{a}_{x:\overline{n}|}-\ddot{a}_{x:\overline{m}|}) $$

となり、これより

$$ {}_m\overline{P}^{(k)\,*}_{x:\overline{n}|}=\frac{\overline{A}_{x:\overline{n}|}+\alpha+\gamma\ddot{a}^{(k)}_{x:\overline{m}|}+\gamma'(\ddot{a}_{x:\overline{n}|}-\ddot{a}_{x:\overline{m}|})}{(1-\beta)\ddot{a}^{(k)}_{x:\overline{m}|}} $$

となる。ただし、毎回の分割払営業保険料は $\dfrac{1}{k}\,{}_m\overline{P}^{(k)\,*}_{x:\overline{n}|}$ であることに注意する。

(3) <u>既払込保険料返還付保険の営業保険料</u>

x 歳加入, n 年契約の既払込保険料返還付養老保険を考える。
年払い純保険料 P に対し営業保険料 P^* が $P^*=P(1+k)+C$ と表せるとする。このとき、

$$ P\ddot{a}_{x:\overline{n}|}=P^*(IA)^{1}_{x:\overline{n}|}+A_{x:\overset{1}{\overline{n}|}}=\{P(1+k)+C\}(IA)^{1}_{x:\overline{n}|}+A_{x:\overset{1}{\overline{n}|}} $$

より

$$ P=\frac{A_{x:\overset{1}{\overline{n}|}}+C(IA)^{1}_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}-(1+k)(IA)^{1}_{x:\overline{n}|}}=\frac{D_{x+n}+C(R_x+R_{x+n}-nM_{x+n})}{(N_x-N_{x+n})-(1+k)(R_x+R_{x+n}-nM_{x+n})}. $$

よって、次を得る。

$$ P^*=P(1+k)+C=\frac{(1+k)D_{x+n}+C(N_x-N_{x+n})}{(N_x-N_{x+n})-(1+k)(R_x+R_{x+n}-nM_{x+n})}. $$

(以上、二見隆著 生命保険数学 下巻　第 7 章から抜粋)

[**営業保険料練習問題**] (出典: 二見隆著 生命保険数学 下巻 第 7 章練習問題より (1), (2), (5))

1. 計算基数として教科書 p.226 **表 8**, $i=2\%$ をとき、さらに予定事業費としては

(a) 新契約費および募集機関経費
  (i) 初回保険料収入の際にその 30% と保険金額の 15‰
  (ii) 第 2 回保険料収入の際にその 10%
  (iii) 第 3 回以降第 5 回までの保険料収入の際にその 5%
(b) 集金経費　　営業保険料の 3%
(c) 維持費　　　毎年始に保険金額の 3‰、但し保険料払済後は 1.5‰

を用いる。35 歳契約、20 年払込 30 年満期養老保険 (保険金即時支払) について、保険金額 1000 万円の場合の営業保険料を計算せよ。

2. 保険金額が 200 万円の 20 年払込 30 年満期養老保険と、保険金額が 800 万円の 20 年定期保険とを組み合わせた保険 (定期付養老保険) に、35 歳男子が加入する。死亡保険金は即時支払で、保険料は 20 年間の月払真保険料によるとする。計算基数には教科書 p.226 **表 8**, $i=2\%$ および予定事業費として次表の率を用いる。この契約の月払営業保険料を求めよ。

	養老部分	定期部分
α	保険金額の　25‰	保険金額の　8‰
β	営業保険料の　3 %	営業保険料の　3 %
γ	月払保険料収入の都度賦課するとして年額で保険金額の　3.50‰	月払保険料収入の都度賦課するとして年額で保険金額の　2.50‰
γ'	毎年始に賦課するとして年額で保険金額の　2.00‰	—

ただし、近似式として $\ddot{a}^{(k)}_{x:\overline{n}|}=\ddot{a}_{x:\overline{n}|}-\frac{k-1}{2k}(1-v^n{}_np_x)$ を用いよ。

3. x 歳の被保険者に対し、$f+n$ 年後に生存するかあるいは最後の n 年間に死亡すれば保険金 1 を支払い、最初の f 年間に死亡すれば既払込保険料を返還する契約を結んだ。ただし支払いはすべて保険年度末に行われる。保険料は最初の f 年間に払い込まれるとし、年払の営業保険料 P^* は純保険料 P に対し $P^*=(P+C)(1+k)$ という関係にあるとする。このとき、

(a) 年払営業保険料の式を計算基数を用いて表わせ。
(b) $f+t$ $(t<n)$ 年後の過去法および将来法による責任準備金を計算基数を用いて表わし、両者の一致することを証明せよ。

解答 1． 保険金額 1 の場合の収支相等の式をつくると

$$\begin{aligned}
{}_{20}\overline{P}^{\,*}_{35:\overline{30}|}\ddot{a}_{35:\overline{20}|} &= \overline{A}_{35:\overline{30}|}+0.015+{}_{20}\overline{P}^{\,*}_{35:\overline{30}|}\{0.3+0.1(\ddot{a}_{35:\overline{2}|}-\ddot{a}_{35:\overline{1}|})+0.05(\ddot{a}_{35:\overline{5}|}-\ddot{a}_{35:\overline{2}|})\} \\
&\quad +0.03{}_{20}\overline{P}^{\,*}_{35:\overline{30}|}\ddot{a}_{35:\overline{20}|}+0.003\ddot{a}_{35:\overline{20}|}+0.0015(\ddot{a}_{35:\overline{30}|}-\ddot{a}_{35:\overline{20}|}) \\
\therefore \quad {}_{20}\overline{P}^{\,*}_{35:\overline{30}|} &= \frac{\overline{A}_{35:\overline{30}|}+0.015+0.0015(\ddot{a}_{35:\overline{20}|}+\ddot{a}_{35:\overline{30}|})}{(1-0.03)\ddot{a}_{35:\overline{20}|}-0.2-0.05\ddot{a}_{35:\overline{2}|}-0.05\ddot{a}_{35:\overline{5}|}} \\
&= \frac{\overline{M}_{35}-\overline{M}_{65}+D_{65}+0.015D_{35}+0.0015(2N_{35}-N_{55}-N_{65})}{0.87N_{35}-0.97N_{55}+0.05(N_{37}+N_{40})-0.2D_{35}} = 0.04171066
\end{aligned}$$

より、保険金額が 1000 万円の場合の営業保険料は 417,107 円。

解答 2． 養老保険の保険金額 1 を基準とするときの、この保険の年額営業保険料 $P^{(12)*}$ は

$$\begin{aligned}
P^{(12)*} &= \frac{\overline{A}_{35:\overline{30}|}+0.025+0.0035\ddot{a}^{(12)}_{35:\overline{20}|}+0.002(\ddot{a}_{35:\overline{20}|}-\ddot{a}_{35:\overline{30}|})}{(1-0.03)\ddot{a}^{(12)}_{35:\overline{20}|}}+4\times\frac{\overline{A}^{\,1}_{35:\overline{20}|}+0.008+0.0025\ddot{a}^{(12)}_{35:\overline{20}|}}{(1-0.03)\ddot{a}^{(12)}_{35:\overline{20}|}} \\
&= \frac{5\overline{M}_{35}-4\overline{M}_{55}-\overline{M}_{65}+D_{65}+0.057D_{35}+0.0135D_{35}\ddot{a}^{(12)}_{35:\overline{20}|}+0.002(N_{55}-N_{65})}{0.97D_{35}\ddot{a}^{(12)}_{35:\overline{20}|}} = 0.0647593
\end{aligned}$$

ここで、$D_{35}\ddot{a}^{(12)}_{35:\overline{20}|}=N_{35}-N_{55}-\frac{11}{24}(D_{35}-D_{55})$ を用いて計算した。養老保険金額が 200 万円より年額は 129,519 円であるが、月額はこれを 12 で割って、10,793 円となる。

解答 3． (a) 収支相等の原理より、

$$\begin{aligned}
P\ddot{a}_{x:\overline{f}|} &= P^*(IA)^1_{x:\overline{f}|}+{}_{f|}A_{x:\overline{n}|}=(P+C)(1+k)(IA)^1_{x:\overline{f}|}+{}_{f|}A_{x:\overline{n}|} \\
P &= \frac{{}_{f|}A_{x:\overline{n}|}+C(1+k)(IA)^1_{x:\overline{f}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{f}|}-(1+k)(IA)^1_{x:\overline{f}|}} \\
&= \frac{M_{x+f}-M_{x+f+n}+D_{x+f+n}+C(1+k)(R_x-R_{x+f}-fM_{x+f})}{(N_x-N_{x+f})-(1+k)(R_x-R_{x+f}-fM_{x+f})} \\
P^* &= \frac{M_{x+f}-M_{x+f+n}+D_{x+f+n}+C(N_x-N_{x+f})}{(N_x-N_{x+f})-(1+k)(R_x-R_{x+f}-fM_{x+f})}(1+k) \qquad \cdots\ (\text{解})
\end{aligned}$$

(b) $f+t\ (t<n)$ 年後の過去法による責任準備金 ${}_tV^1$ は

$${}_tV^1=\frac{1}{D_{x+f+t}}\{P(N_x-N_{x+f})-P^*(R_x-R_{x+f}-fM_{x+f})-(M_{x+f}-M_{x+f+t})\}$$

であり、将来法による責任準備金 ${}_tV^2$ は

$${}_tV^2=\frac{1}{D_{x+f+t}}(M_{x+f+t}-M_{x+f+n}+D_{x+f+n})$$

である。(a) の結果を用いて変形すると

$$\begin{aligned}
{}_tV^1\times D_{x+f+t} &= P(N_x-N_{x+f})-(P+C)(1+k)(R_x-R_{x+f}-fM_{x+f})-(M_{x+f}-M_{x+f+t}) \\
&= P\{(N_x-N_{x+f})-(1+k)(R_x-R_{x+f}-fM_{x+f})\} \\
&\quad -C(1+k)(R_x-R_{x+f}-fM_{x+f})-(M_{x+f}-M_{x+f+t}) \\
&= M_{x+f}-M_{x+f+n}+D_{x+f+n}+C(1+k)(R_x-R_{x+f}-fM_{x+f}) \\
&\quad -C(1+k)(R_x-R_{x+f}-fM_{x+f})-(M_{x+f}-M_{x+f+t}) \\
&= M_{x+f+t}-M_{x+f+n}+D_{x+f+n} \\
&= {}_tV^2\times D_{x+f+t}
\end{aligned}$$

となり ${}_tV^1={}_tV^2$ を得る。