

- 解答用紙は裏面も使用してください。

名前と学籍番号は提出するすべての解答用紙に記入してください。

1. xy -平面の正方形 $U = \{(x, y) | 0 \leq x, y \leq 1\}$ を写像 $\begin{cases} u = 2x - y \\ v = x - 3y \end{cases}$ で写してできる uv -平面の図形を D とする。この D を図示し、その面積を求めよ。また、この変換が単射 (一対一) であることを示せ。

2. 次の重積分の値を求めよ。(括弧内は D を表す。) ただし、広義積分については D の近似列を明記せよ。

(1) $\iint_D y \, dx \, dy \quad \left(y - \frac{1}{4}x^2 \geq 0, y - x \leq 0, x \geq 1 \right)$

(2) $\iint_D xy^2 \, dx \, dy \quad (x^2 + y^2 - 2y \leq 0, x \geq 0)$

(3) $\iint_D \frac{dx \, dy}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad (0 \leq y \leq x \leq 1, x > 0)$

(4) $\iint_D (x + y)^4 \cos(x - y) \, dx \, dy \quad \left(0 \leq x + y \leq \pi, 0 \leq x - y \leq \frac{\pi}{2} \right)$

(5) $\iint_D dx \, dy \quad ((x^2 + y^2)^2 \leq x^2 - y^2, x \geq 0) \quad (\text{ヒント: 極座標を用いよ。})$

(6) $\iint_D \frac{dx \, dy}{(1 + x^2 + y^2)^3} \quad (D = \mathbf{R}^2)$

3. 積分の順序を交換することによって、次の逐次積分を計算せよ。

$$\int_0^{\pi/2} dx \int_{2x/\pi}^1 \cos \frac{x}{y} \, dy$$

4. $f(t) = t \int_0^{t^2} \cos \{(1 - x)^2\} \, dx$ のとき、 $\int_0^1 f(t) \, dt$ の値を求めよ。

5. 次の図形 D の面積を求めよ。

$$D = \{(x, y) \mid x^2 - 2xy + 2y^2 \leq 4\}$$