微分積分学 AD II, 数学序論演習 II 2003 年 1 月 7 日[1]

- 2 月 4 日 (5 回目) の試験の範囲は第 7 章重積分とその応用の §5, 第 4 章定積分とその応用の §4 (II) 曲線の長さ, ベクトル解析の講義した箇所と以下の問題とします。

7 重積分とその応用 § 1 重責分の応用の補足問題

教科書の問 12 – 18 と p.220 – の演習問題 **A**, **2**, **8** (重心を除く) と **B**, **13** (3), **15**, **20** を解いておくこと。『荷見・堀内著 現代解析の基礎』の p.315 – の **7.26 演習問題 23** の **15, 16** も解いておくこと。

1 次の重積分を計算せよ。[2]

(1) $\displaystyle\iiiint_V dx\,dy\,dz\,dw \qquad V : |x+y+z+w| \le 2,\ |x-y| \le 1,\ |x+3z| \le 1, |y+z+2w| \le 1$

(2) $\displaystyle\iiiint_V x\,dx\,dy\,dz\,dw \quad V : 0 \le x+y \le 2, 0 \le x-y \le 1, 0 \le x+3z \le 1, 0 \le y+z+2w \le 1$

4 定積分とその応用 §4 (II) 曲線の長さ

教科書の問 21 – 24 と p.125 – の演習問題 **A**, **14** (曲線の長さのみ) を解いておくこと。『荷見・堀内著 現代解析の基礎』の p.173 – の **5.22 演習問題 14** の **2** – **7** も解いておくこと。
以下の問題も範囲に加える。

ベクトル解析

教科書の問 3, 5 – 9 を解いておくこと。『荷見・堀内著 現代解析の基礎』の p.327 – の **7.29 演習問題 24** の **1** – **6** も解いておくこと。
以下の問題も範囲に加える。

2 次の面積分を計算せよ。($a > 0$ とする。) [3]

(1) $\displaystyle\iint_S (x+y+z)\,dS$; S は半球 $x^2+y^2+z^2 = a^2,\ z \ge 0$

(2) $\displaystyle\iint_S (x^2+y^2)\,dS$; S は $\{\sqrt{x^2+y^2} \le z \le 1\}$ を囲む閉曲面

(3) $\displaystyle\iint_S (xy+yz+zx)\,dS$; S は錘面 $z = \sqrt{x^2+y^2}$ の円柱 $x^2+y^2 = 2ax$ で切り取られる部分

(4) $\displaystyle\iint_S \frac{dS}{(1+x+y)^2}$; S は $D = \{x \ge 0, y \ge 0, z \ge 0, x+y+z \le 1\}$ を囲む面

(5) $\displaystyle\iint_S |xyz|\,dS$; S は曲面 $z = x^2+y^2$ 曲面の $z \le 1$ の部分

(6) $\displaystyle\iint_S \mathbf{A}\cdot\mathbf{n}\,dS$; $\mathbf{A} = (y^2, z^2, x^2)$, S は半球 $x^2+y^2+z^2 = a^2, z \ge 0$, $\mathbf{n}$ はその外向きの単位法線ベクトル

(7) $\displaystyle\iint_S \mathbf{A}\cdot\mathbf{n}\,dS$; $\mathbf{A} = (x, y, z)$, S は輪環面 $(\sqrt{x^2+y^2}-a)^2+z^2 = b^2$ $(a > b)$ の表面, $\mathbf{n}$ はその外向きの単位法線ベクトル

---

[1] 杉浦のホームページ (http://www.math.u-ryukyu.ac.jp/~sugiura/index.html) からもダウンロードできます。
[2] **解答: 1** (1) 4 (2) $\frac{3}{2}$
[3] **解答: 2** (1) πa^3 (2) $\frac{\pi}{2}(1+\sqrt{2})$ (3) $\frac{64\sqrt{2}}{15}a^4$ (4) $(\sqrt{3}-1)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\log 2\right)$ (5) $\frac{25}{84}\sqrt{5}-\frac{1}{420}$ (6) $\frac{\pi}{4}a^4$ (7) $6\pi^2 ab^2$