**微分積分学 AD I, 数学序論演習 I**　　テスト　　出題日 2001 年 5 月 31 日

- 解答用紙は裏面も使用してください。
  名前と学籍番号は提出するすべての解答用紙に記入してください。

**1.** (1) $\mathrm{Arcsin}\left(-\dfrac{1}{2}\right)$, $\mathrm{Arccos}\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$ を求めよ。

(2) $2\,\mathrm{Arctan}\,\dfrac{1}{3}+\mathrm{Arctan}\,\dfrac{1}{7}=\dfrac{\pi}{4}$ を示せ。

**2.** 関数 $f(x)=\mathrm{Arcsin}\left(\dfrac{x+1}{x-1}\right)$ の定義域および導関数を求めよ。

**3.** 次の関数について、$f'_+(0), f'_-(0), f'(0)$ が存在するか。存在すればそれを求めよ。

$$f(x)=\begin{cases}\sqrt{2x+1} & (x\geq 0)\\ ax^2+bx+1 & (x<0)\end{cases}$$ (ただし、$a, b$ は定数。)

**4.** 次の関数の導関数を求めよ。

(1) $x^{\sin x}$　　(2) $\mathrm{Arctan}\,x+\mathrm{Arctan}\,\dfrac{1}{x}$

**5.** 次の媒介変数表示の関数から $\dfrac{dy}{dx}$, $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ を求めよ。

$$x=t+\frac{1}{t},\qquad y=t-\frac{1}{t}$$

**6.** 次の関数の $n$ 階導関数を求めよ。

(1) $x^2e^x$　　(2) $\cos 3x\cdot\cos x$　　(3) $\dfrac{1}{x^2-x}$

**7.** $L_n(x)=e^x\dfrac{d^n}{dx^n}\left(x^ne^{-x}\right)$ に対し、以下を示せ。

(1) $L_n(x)$ は $n$ 次多項式である。(Laguerre の多項式)

(2) $xL''_n(x)+(1-x)L'_n(x)+nL_n(x)=0$ (Laguerre の微分方程式)
(ヒント: $z=x^ne^{-x}$ とおき $xz'=(n-x)z$ を導き、その両辺を $n+1$ 回微分せよ。)