微分積分学 AD II，数学序論演習 II　テスト 6 回目　出題日 2002 年 2 月 8 日

1. 次の線積分を求めよ。ただし、(3)–(5) において C には正の向きが与えられているとする。

(1) $\displaystyle\int_C y\,dx + x^2\,dy,\qquad C$ は $(x,y) = (t, \mathrm{Arctan}\,t)\ \ (0 \le t \le 1)$

(2) $\displaystyle\int_C xy\,dx + (x^2 - y^2)\,dy,\qquad C$ は折れ線 $(0,0) \longrightarrow (1,0) \longrightarrow (1,1)$

(3) $\displaystyle\int_C \left(x^2 + y^2\right)\,dx + 2xy\,dy,\qquad C$ は $y = x$ と $y = x^2$ の囲む部分の境界

(4) $\displaystyle\int_C \frac{-y}{x^2+y^2}\,dx + \frac{x}{x^2+y^2}\,dy,\qquad C$ は $x^2 + y^2 = 1$

(5) $\displaystyle\int_C e^x \cos y\,dx - e^x \sin y\,dy,\qquad C$ は $(x-2)^2 + y^2 = 4$

(ヒント：Green の定理を用いよ。)

2. 次の微分方程式を解け。

(1) $\displaystyle 2xy(1+y) + (1+x^2)(1+2y)\,\frac{dy}{dx} = 0$

(2) $\displaystyle (1+x^2)\,\frac{dy}{dx} = 1 + y^2$

(3) $\displaystyle 2xy + (y^2 - 3x^2)\,\frac{dy}{dx} = 0$

(4) $\displaystyle x\,\frac{dy}{dx} - y = x\log x$

(ヒント：(3) は同次形、(4) は定数変化法を用いよ。)

3. **Bernoulli の微分方程式** $\displaystyle\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)y^\alpha\ (\alpha \ne 0,1)$ は $u = y^{1-\alpha}$ とおくと 1 階線形微分方程式に帰着できる。これを用いて次の微分方程式を解け。

$$\frac{dy}{dx} + 2xy = 2x^3y^3$$

連絡　2 月 12 日（火）15:10 から答案用紙を返却するので、返却を希望する者は理学部 408 室 (数学序論を行っている教室) に受け取りに来ること。