

1. 関数 $f(x, y) = e^x \operatorname{Arctan} y$ について $(0, 0)$ の近くで $n = 3$ における Taylor の公式を導け。
2. 関数 $f(x, y) = \log(1 + x + 2y)$ について $(0, 0)$ の近くでの Taylor の公式における $x^4 y^3$ の係数を求めよ。
3. 関数 $f(x, y) = x^4 + y^4 - 2x^2 + 4xy - 2y^2$ について、その極値を求めよ。
4. 関数 $f(x, y) = e^{-x^2 - y^2} (x^2 + 2y^2)$ の最大値、最小値を求めよ。
5. 方程式 $x^2 - xy + y^2 = 3$ の陰関数 $y = \varphi(x)$ について、 $\varphi'(x)$, $\varphi''(x)$ を求め、更に $y = \varphi(x)$ の極値を求めよ。
6. $x^2 + y^2 + z + \operatorname{Arcsin}(xyz) = 0$ の定める陰関数 $y = \psi(x, z)$ について、偏導関数 $\psi_x(x, z)$, $\psi_z(x, z)$ を求めよ。
7. $x^2 + 4y^2 = 4$ のもとで、 $x + y$ の極値を求めよ。
8. $x = r \sin \theta \cos \varphi$, $y = r \sin \theta \sin \varphi$, $z = r \cos \theta$ のとき、ヤコビ行列式

$$\frac{\partial(x, y, z)}{\partial(r, \theta, \varphi)} \equiv \begin{vmatrix} x_r & x_\theta & x_\varphi \\ y_r & y_\theta & y_\varphi \\ z_r & z_\theta & z_\varphi \end{vmatrix}$$

を求めよ。