情報科学演習

第12回

数式処理系 Maple 入門

目 次

3	補足	5
	2.3 Help	5
	2.2 グラフィックス機能	4
	2.1.2 パッケージ (package) を利用する	4
	2.1.1 様々な定数, 手続き (函数)	2
	2.1 簡単な計算	1
2	Maple の起動と簡単な計算	1
1	はじめに (Maple とは)	1

1 はじめに (Maple とは)

今回は数式処理系 Maple を紹介します.数式処理とは、数学で行う計算、即ち、式の展開、因数分解、微分、 積分、方程式を解く、逆行列を求める、固有値計算等を数式のままコンピュータでする事を指します.実際 Maple, Mathematica, Macsyma (MAXIMA)等の数式処理ソフトは、大学初年級以上の数学を処理する能 力を持っており、数学教育で用いるソフトとして便利ですし、研究上の実験ソフトとしても役に立ちます.

Maple は、Canada の Waterloo 大学で開発された数式処理ソフトです。Maple は、沖縄では見ませんが、 楓という木の事です。Canada 国旗の中央部には楓の葉がデザインされています¹.現在、Waterloo Maple Inc. が販売しております。サポートされている OS は、MacOS、Windows、Solaris、Linux (i386)等です。

Maple の開発は, 1980 年頃に始まったようです. 私が初めて Maple に触れたのが 1987 年位で, 当時の Version が 4.?でした. この頃, ようやくパーソナルコンピュータ (Mac) で, Maple が動くようになりました.

このテキストでの約束:

このテキストでは、> で始まっている行は、Maple の入力です. 改行部分ではエンターキーを押します.

総合情報処理センターのほとんどのマシンに、Maple が入っています. Maple は一般ユーザ版は 20 万円以 上しますが、大学生協を通して学生版を買うと、21,000 円で購入出来ます. 詳しくは、次を参照して下さい.

http://www.cybernet.co.jp/maple/contact/price_student.shtml

Maple は、linux でも動くのですが、情報処理センターのは linux 版がきちんと動きません. 今回は Windows XP を起動して logon して下さい.

2 Maple の起動と簡単な計算

Windows のデスクトップに「Applications」と言うフォルダがあるはずです. それをダブルクリックす ると中に「Maple 11 ショートカット」と言うアイコンがありますから, それをダブルクリックして下さい. メニューはそれを読めば, 機能は大体理解できます. ここではそれを使わないので, 説明は省略します.

2.1 簡単な計算

ウィンドウ内に赤く不等号 > がでている部分があります. ここに数式を入力する事で計算ができます. メニューバーの File メニューの New を使えば, このウィンドウは新たに作る事もできます.

Maple の四則演算の記号はそれぞれ, +, -, *, / です. Maple では冪乗と階乗が定義されており, それぞれ, ^と! を用います. を入力すると上付きの文字になるので, 元の位置戻すには, をタイプします. Maple で は, 文の最後をセミコロン; で終ってエンターキーを押しますと, 文の評価結果が出力されます. エンター キーだけでは単なる改行となります. 文中の改行は無視されます. 文中の括弧() は数学と同じ意味になり ます. 四則演算の優先順位も数学と一致します. 次を実行してみて下さい.

- > 1 + 2;
- > 10/3 + 2;
- > 10/3.0;
- > 2^10;
- > 50!;
- > (a+a-b)*c/d;
- > a^2 + a;

¹ 個人的には, ホットケイキのシロップは, メイプルシロップ.

2.1.1 様々な定数,手続き(函数)

Maple では、数式処理のための手続きが 2700 以上定義されています. それらを全部解説する事は不可能 ですので、ここではその一例をあげます. これらの例の中に初等函数が用いられていますが、それらの意味 は容易に類推できると思いますので、これについての解説はいちいちしません.

数式処理に欠かせない定数(円周率等)が既に定義されています.円周率は、Piという記号を使います.

- > Pi;
- > cos(Pi/4);
- > tan(Pi/2);
- > arctan(-infinity);

 $\sqrt{2}$ がそのまま出て来る事, tan の不定値に対するエラーメッセージに注意して下さい. arctan は逆正接函数, infinity は無限大の事です. 最後の答は, 極限値を出力しています.

Maple では、有理数、冪根、円周率等の定数は、そのまま出力されます。上の逆正接函数の計算でもそうで すし、例えば、 $1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \zeta(2) = \frac{\pi^2}{6}$ も次で計算させると、円周率を使った答が出ます。 > sum(1/n², n=1..infinity);

> Sum(1/m 2, m=1...minity),

これを小数へ変換するには、evalfという手続きを用います.

> evalf(Pi^2/6);

Maple では、非常に正確な数値計算ができます. 例えば、 $e^{\pi\sqrt{163}} - 744 - 640320^3$ を C 言語の数学関数で 計算しますと -480 という答を得ます. Maple を使うと、C 言語の計算がとんでもない誤差を含む事がわか ります. 起動時では、浮動小数点の仮数部は 10 桁に設定されており、そのままですと、この結果は真の値の 約 40 倍という答になります. そのため仮数部の桁数を事前に設定します. 仮数部の桁数は、Maple のシス テム変数 Digits に格納されていますから、この値を変更します. Maple では代入には := を用います.

- > Digits:=50;
- > evalf(exp(Pi*sqrt(163))-744-640320^3);

C言語のライブラリを用いた計算が、真の値の 6×10^{14} 倍以上の値になっている事がわかります.

課題 (難): $e^{\sqrt{163\pi}}$ の値が整数に近い理由を調べよ. 菅にこれを説明できる人は単位を A であげます. (同 じ理由で, $e^{\sqrt{67\pi}}$ も整数に近い.)

文字式の展開,因数分解も可能です.

- > expand((x+y)^5);
- > factor(a^8-b^8);

次の問題は、2000年の琉球大学入学試験問題前期日程数学甲の1です.

1. 関数
$$\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$$
を微分せよ.
2. 不定積分 $\int x\sqrt{x^2+2} dx$ を求めよ.

3. 定積分
$$\int_{\frac{1}{e}}^{2e} x^3 \log x \, dx$$
 を求めよ.
4. $\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{2x+1}-1-x}{x^2}$ を求めよ.

このような単純な計算は、Maple は得意です.(試験では、答だけを書いても満点にはならないと思います.) Maple V では、直前の結果を%で参照できます.

- > diff(x/sqrt(1+x^2),x);
- > simplify(%);
- > int(x*sqrt(x^2+2),x);
- > int(x^3*log(x), x=exp(-1)..2*exp(1));
- > limit((sqrt(2*x+1)-1-x)/x^2, x=0);

方程式 f(x) = 0 の解を求める様々な方法も Maple には用意されています. f(x) が 4 次以下の多項式な ら、この方程式には代数的な解法が存在する事が知られています. (3 年の代数学 I・II で勉強する予定で す.) Maple はこれらの解法を知っており, solve という手続きになっています. 次を実行してみて下さい. これらの解には複素数が含まれますが, Maple では虚数単位は大文字の I で表示されます.

- > solve(x^3+1,x);
- > solve(x^3+3*x+1,x);

5次以上の方程式には、代数的な解法が一般には存在しない事が知られています.(代数的という制限を 外せば、別な解法はあります.)次を実行してみてください.

> solve(x^5+x^2+1, x);

 $RootOf(_Z^5 + _Z^2 + 1)$ という解が出て来ます. もちろん, これは単なるトートロジーに過ぎないのですが, Maple は代数的数を扱えるので, この解 (代数的数)を用いた計算が今後記号的に可能です.

代数的な解法がある場合でも、その解法が複雑な場合には、残念ながら代数的な解を出力しません。例えば、1の7乗根を計算させようとしても、de Moivre の公式から出てくる解が単純に出力されるだけです。

```
> solve(x^7-1, x);
```

上で述べたように Maple では、代数的数が扱えます. これを利用すると、 $x^7 - 1 = 0$ の代数的な解も求める事ができます. $x^7 - 1 = (x - 1)(x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$ ですが、積の右側の 6次式は $\sqrt{-7}$ を使うと、2 つの 3次式の積に因数分解されます。この様な因数分解は、付け加える数を factor の第 2 引数に加える事で可能です.

> factor(x^6+x^5+x^4+x^3+x^2+x+1, (-7)^(1/2));

従って、1の複素7乗根は、次の2つ方程式の解全体です.

> solve(2*x^3+x^2-I*sqrt(7)*x^2-x-I*sqrt(7)*x-2,x);

> solve(2*x^3+x^2+I*sqrt(7)*x^2-x+I*sqrt(7)*x-2,x);

f(x) が 5 次以上の多項式や、多項式以外の場合には、一般的な解法が存在しません. このような方程式の 近似解を数値的に計算する方法も Maple は知っています. 上の方程式の数値解も、次で計算してくれます.

> fsolve(x^5+x^2+1, x);

実際, 関数のグラフを描画する plot を使って,

- > plot(x^5+x^2+1,x=-5..5);
- > plot(x^5+x^2+1,x=-2..0);

等を実行しますと、fsolve で求めた値が $x^5 + x^2 + 1 = 0$ の唯 1 の実数解の近似値である事がわかります.

2.1.2 パッケージ (package) を利用する

これまでの計算では、特別な事をせずともそれを実行しますが、行列の計算などはそのままでは実行して くれず、それを計算するためのパッケージ(ライブラリ)を呼び出す必要があります.ここでは、線形代数学 のパッケージを呼び出して、そこで定義されている計算をしてみます.

パッケージを読み込むには with という手続きを使います. 線形代数学のパッケージ名は linalg となって おりますので, 次のように入力します.

> with(linalg);

この時に出力されるのが、linalg のパッケージで定義されている手続き名です.一例をあげますと、次のようになります.

- > B:= matrix(2,2);
- > trace(B);
- > det(B);
- > inverse(B);
- > eigenvalues(B);

どのようなパッケージが利用できるかは、手続き help に引数 package をいれて利用する事でわかります.

> help(package);

2.2 グラフィックス機能

上でも述べたように、例えば、sin x の関数のグラフを書くには、次のように入力します.

```
> plot(sin(x), x = -Pi .. Pi);
```

2変数関数のグラフも簡単に書けます.

- > plot3d(cos(2*x^3+y^2), x=-2..2, y=-2..2);
- マウスの左ボタンで図形を掴んで動かせば、立方体が動きます.

Maple では, 座標を順に与えてそれを線分で結び多角形を描く事ができます. まずは, グラフィック表示 のためのパッケージ plots を読み込みます.

> with(plots);

次を実行して見て下さい.

- > cornercoordinates := [[0,0],[1,0],[1,-1] ,[0,-1]]:
- > asquare := polygonplot(cornercoordinates):
- > display({asquare}, view=[0..3, 0..-2], scaling=CONSTRAINED);
- > ngon := n -> [seq([cos(2*Pi*i/n),sin(2*Pi*i/n)], i = 1..n)]:
- > display([polygonplot(ngon(8))]);
- > fivestar:=[seq([cos(2*Pi*(2*i+1)/5),sin(2*Pi*(2*i+1)/5)], i = 1..5)]:

```
> display([polygonplot](fivestar));
```

2.3 Help

Maple 本体のウィンドウのメニューバーの右端にヘルプメニューがあります. ここからさまざまな機能 を知る事ができます. Maple は非常に多機能です. ヘルプブラウザーで必要な項目にたどり着くのも大変 です. ブラウザー以外にもヘルプメニューの Topic Search, Full Text Search で検索することができます. さらに、上で述べたように Maple のプロンプト行で

> ? キーワード

あるいは

> help(+-ワ-ド);

とすると、Topic Search とほぼ同じ事が実行されます.次でも、利用上役立つ様々な情報が得られます.

> help(help);

ヘルプメニューの中に「Maple ツアー」と言うのがあります. Maple の使い方が一通り説明されます. 残った時間はこの Maple ツアーをやってみて下さい. また, 微積や線形代数の教科書の問題を Maple で解 いてみて下さい. (結構間違いがあったりして...)

2002 年の計算機言語 I で Maple を用いたプログラミングの講議を行いました. そのときのテキストが (ETEX ファイルですが),次の場所にあります. 使い方をより知りたい方は、参考にして下さい. Maple の version が当時から大分上がっていますが、内容はほぼ今でも通用するはずです. 来年の計算機概論 I でも、 もう一度 Maple を取り上げる予定です. 今回のテキストは、そこにある 1.tex を改訂した物です.

ftp://ftp.math.u-ryukyu.ac.jp/pub/gengo/2002/

3 補足

Windows のデスクトップで、「ホームディレクトリ」と書かれた物が、左上角にありますが、これは Vine の「xxx のホーム」を見たときの「WIN」と言うフォルダです。情報処理センターのシステムでは、Windows では、この「ホームディレクトリ」の中だけに、個人のファイルを作る事が出来ます。

この講義で作っている、個人の Web ペイジを置くフォルダ「WWW」は、Windows からは直接見る事が出来ません。Windows で Web ペイジを作成した場合、ファイル転送ソフトを用いるか、リモート端末ソフトでサーバに login してファイルを移動するかをする必要があります。

次週は、もう一度 Web ペイジ作成に戻ります. 以前に言っておいた、オリジナルペイジを作って頂きます ので取材した材料を持って来て下さい. 成績評価の基準となる Web ペイジ完成締切は 8月7日とします.

参考文献

- [1] B. W. Char 他, サイバネットシステム訳, はじめての Maple, 1998, シュプリンガーフェアラーク東京
- [2] B. W. Char 他, サイバネットシステム訳, よくわかる Maple, 1998, シュプリンガーフェアラーク東京
- [3] K. M. Heal, M. Hansen, K. Rickard 著, 示野信一他訳, Maple V Release 5 ラーニングガイド, 1999, シュ プリンガーフェアラーク東京
- [4] 示野信一著, Maple V で見る数学ワールド, 1999, シュプリンガーフェアラーク東京