2014年度RIMS研究集会「表現論と調和解析の新たな進展」アブストラクト

田村朋之（九州大学大学院数理学府）

有限群の対称テンソル積表現と交代テンソル積表現の指標

有限群の複素数体上有限次元表現が与えられた時, 任意の自然数nに対してn次対称テンソル積空間とn次交代テンソル積空間への表現が与えられる. 本講演ではλ-ringの概念を用い, この二つの表現の指標について述べる. 具体的には1次元表現, 表現の制限, 誘導表現における計算の他, 二つの表現の既約分解と与えられた表現によっては重複度が一致することがある場合について述べる. また剰余群への自然な作用による表現においては, 対称・交代テンソル積表現が元の表現の直和でかける場合があることについて触れる.

山口尚哉（九州大学大学院数理学府）

Factorization of group determinant in some group algebras

Frobeniusによる群行列式の既約分解について, 有限アーベル群の場合に群環における類似を与えた. またこれを二面体群, 一般四元数群に拡張した. さらにこの拡張の過程で, 二面体群と一般四元数群の群行列式を同次多項式の巡回行列式で記述する.
群環における類似は, Frobeniusの結果よりも強い. またこの類似の系として, 群環の可逆元の逆元をきれいな形で表す公式を得る. さらに群環における既約分解の既約因子のうち1次元表現に対応するものは, 交換子に関して興味深い代数的構造をもつ. これより二面体群と一般四元数群の1次元表現には自然なペアがあることがわかる.
以上の結果より群環の元を成分とする行列式の概念の研究が期待される.

若山正人（九州大学マスフォアインダストリ研究所）

Non-commutative harmonic oscillators and the Rabi model

田中雄一郎（東京大学大学院数理科学研究科）

アフィン球等質空間への可視的作用とその応用

リー群の無重複表現の統一的扱いをその目的として、小林俊行氏は複素多様体への可視的な作用の理論を導入した。本講演ではアフィン球多様体への可視的作用の構成と、そこから得られる少しの応用をご紹介させて頂きたい。

森田陽介（東京大学大学院数理科学研究科）

等質空間がコンパクト商を持つための位相的制約

等質空間G/HにGの離散部分群Γが固有不連続かつ自由に作用しているとき, 商多様体$\Gamma\backslash G/H$をClifford-Klein形という. 与えられた等質空間がいつコンパクトなClifford-Klein形を持つかという問題は, 簡約Lie環の構造論, エルゴード理論, シンプレクティック幾何など様々な手法を用いて研究されている. 本講演では, 位相幾何的考察により示されるコンパクトClifford-Klein形の存在の必要条件と, そこから得られるコンパクトClifford-Klein形を持たない既約対称空間の新しい例について紹介したい.

金久保有輝（上智大学理工学研究科）

Cluster variables on double Bruhat cells and monomial realizations of crystal bases

I will show the relations between the generalized minors and the monomial realization of crystal. For semi simple simply connected algebraic group G and elements u, v of its Weyl group W, it is known that the coordinate ring $\mathbb{C}[G^{u,v}]$ of the double Bruhat cell $G^{u,v}$ has a structure of an upper cluster algebra and the generalized minors $\Delta(k;\mathbf{i})$ are the cluster variables of $\mathbb{C}[G^{u,v}]$ ([A.Berenstein, S,Fomin, A,Zelevinsky, 2005]). On the other hand, it is known that a Zariski open set of $G^{u,v}$ is biregular isomorphic to $H \times \mathbb{C}_{\neq 0}^{l(u)+l(v)}$ ([S. Fomin, and A. Zelevinsky, 1998]). Here, H is a maximal torus of G.

In this talk, for $G = SL_{r+1}(\mathbb{C})$, we consider $\Delta(k;\mathbf{i})$ as the functions on $H \times \mathbb{C}^{l(u)+l(v)}$. Then we can express each monomial in those polynomials in terms of monomial realization of crystal.

Cid Reyes（九州大学大学院数理学府）

Group-Subgroup pair graphs

Cayley graphs have been used in numerous applications in distinct areas of mathematics and engineering, for example, the families of Ramanujan graphs by Sarnak, Phillips and Lubotzky[2] consisted of Cayley graphs on projective linear groups over finite fields. Properties of the underlying group and generating subset of the Cayley graphs are used to determine structural properties of the graph. From this point of view of applications, it would be desirable to have a generalization of the Cayley graph concept that could be applied to a broader set of situations.

Following the recent developments of extending the group determinant for a pair of group and subgroup [1], we propose the Group-Subgroup pair graph as a generalization of the Cayley graph. In this talk we present the definition of the group-subgroup pair graph and how such definitino can be related to the wreath determinant for group and subgroup pairs, and show how some the basic properties of the graph can be determined from the group, subgroup and generating set in analogy to the Cayley graph case. It is important to notice that for most choices of group and subgroup and generating set, the resulting graph can not be realized as a Cayley graph.

When the group-subgroup pair graph results in a regular graph, we consider some relations in the spectra for graphs generated by different choices of generating sets, this allows us to provide some bounds for the second eigenvalue of this type of graphs and in turn a sufficient condition for these graphs to be Ramanujan. The results extends naturally to certain Cayley graphs generated in a similar way.

[1] Kei Hamamoto, Kazufumi Kimoto, Kazutoshi Tachibana and Masato Wakayama. Wreath determinants for group-subgroup pairs. Preprint.

[2] A. Lubotzky, R. Phillips and P. Sarnak. Ramanujan graphs. Combinatorica, 8:261?-277, 1988.

中島秀斗（九州大学大学院数理学府）

等質開凸錐の基本相対不変式

等質開凸錐は基本相対不変式と呼ばれる既約多項式たちの正値集合として実現できる。基本相対不変式はVinberg多項式の系列から順次帰納的に既約因子を取り出して得られることが伊師英之氏によって示されている(2001)。本講演では、Vinberg多項式の系列から一斉に基本相対不変式を表示する公式を、等質開凸錐自身から決まる定数を用いて記述する。

久保利久（東京大学大学院数理科学研究科）

The Dynkin index and parabolic subalgebra of Heisenberg type

In this talk we give uniform and explicit expressions of certain two constants, that are associated with the complex parabolic subalgebra with Heisenberg nilpotent radical. A version of some formula on the Dynkin index of a finite dimensional representation of a complex simple Lie algebra plays a key role.

松木敏彦（龍谷大学文学部）

奇数次直交群の有限型多重旗多様体

Let G be the split orthogonal group of degree $2n+1$ over an arbitrary field $\mathbb{F}$ of $\mathrm{char}\,\mathbb{F} \neq 2$. In this talk, we classify multiple flag varieties $G/P_1 \times \cdots \times G/P_k$ of finite type. Here a multiple flag variety is called of finite type if it has a finite number of G-orbits with respect to the diagonal action of G when $|\mathbb{F}| = \infty$.

大城和秀（名古屋大学大学院多元数理科学研究科）

ベクトル値関数空間上の連続ウェーブレット変換

ベクトル値関数空間に自然に定義されるアフィン変換群のユニタリ表現を考える。そのようなユニタリ表現は既約とは限らないが、ある条件のもとでは連続ウェーブレット変換を定義することが出来る。本講演では、3次元空間上の相似変換群に対して、そのような連続ウェーブレット変換の構成とそれに付随するアドミッシブル・ベクトルについて述べる。

橋本隆司（鳥取大学教育支援機構）

Quantization of the moment map on symplectic vector space and the oscillator representation

シンプレクティックベクトル空間上の運動量写像を正準量子化すれば自然に振動子表現（Segal-Shale-Weil representation）が現れる．より正確に云うと，(W, ω) をシンプレクティックベクトル空間で，リー群Gがその上に左から作用するものとする．ここで 考えるGは実簡約リー群$\mathrm{Sp}(n, \mathbb{R}), \mathrm{U}(p, q)$ および $\mathrm{O}^*(2n)$ である．リー群Gのリー環を $\mathfrak{g}_0$，その双対空間を $\mathfrak{g}_0^*$ とする．このとき運動量写像 $\mu : W \to \mathfrak{g}_0^*$ を量子化する．つまり，W の複素化ベクトル空間内の複素ラグランジュ部分空間Vを選び，各 $\langle \mu, X \rangle$ $(X \in \mathfrak{g}_0)$ に対し，V のワイル代数の元，それを $\langle \widehat{\mu}, X \rangle$ と記す，を対応させる．すると写像 $X \mapsto \sqrt{-1}\,\langle \widehat{\mu}, X \rangle$ は $\mathfrak{g}_0$ の複素化 $\mathfrak{g}$ の表現になることが示せる．各々の場合に複素ラグランジュ部分空間Vを適当にとればこの表現は振動子表現に一致し，さらにWのk箇のコ ピーからなる直和をとれば簡約好一対 $(\mathrm{Sp}(n, \mathbb{R}), \mathrm{O}(k)), (\mathrm{U}(p, q), \mathrm{U}(k))$ および $(\mathrm{O}^*(2n), \mathrm{Sp}(k))$ の場合の Howe 双対性を得ることも

わかる.

The canonical quantization of the moment maps on symplectic vector spaces naturally leads to the oscillator representations. More precisely, let (W, ω) denote a real symplectic vector space, on which a Lie group G acts symplectically from the left. We consider the cases where G is a real reductive Lie group $\mathrm{Sp}(n, \mathbb{R}), \mathrm{U}(p, q)$ or $\mathrm{O}^*(2n)$. Then we quantize the moment map $\mu : W \to \mathfrak{g}_0^*$, where $\mathfrak{g}_0^*$ denotes the dual space of the Lie algebra $\mathfrak{g}_0$ of G. Namely, after taking a complex Lagrangian subspace V of the complexification of W, we assign an element of the Weyl algebra of V to $\langle \mu, X \rangle$, which we denote by $\langle \widehat{\mu}, X \rangle$, for each $X \in \mathfrak{g}_0$. It is shown that the map $X \mapsto \sqrt{-1}\,\langle \widehat{\mu}, X \rangle$ gives a representation of $\mathfrak{g}_0$ which extends to the one of $\mathfrak{g}$, the complexification of $\mathfrak{g}_0$, by linearity. With a suitable choice of the complex Lagrangian subspace V in each case, the representation coincides with the oscillator representation of $\mathfrak{g}$. Taking the direct sum of k copies of W produces the Howe duality in the cases of the reductive dual pairs $(\mathrm{Sp}(n, \mathbb{R}), \mathrm{O}(k)), (\mathrm{U}(p, q), \mathrm{U}(k))$ and $(\mathrm{O}^*(2n), \mathrm{Sp}(k))$ respectively.

木村嘉之（大阪市立大学）

箙多様体と量子クラスター代数

(量子) クラスター代数とは、(量子) クラスター変異とよばれる双有理変換を用いて再帰的に定義される (量子) クラスター変数と呼ばれる変数を生成元とする有理関数体（量子トーラスの）の部分環であり、Fomin-Zelevinsky によって 2001 年に (2005 年) 導入された。クラスター代数は、さまざまな分野と密接な関連をもち、活発に研究されている。量子クラスター代数の動機付け、幾何学的実現および、正値性予想等に関して紹介したい。

渋川元樹（九州大学マスフォアインダストリ研究所）

Multivariate Meixner, Charlier and Krawtchouk polynomials

離散型の直交多項式系としてよく知られている Meixner, Charlier, Krawtchouk 多項式の多変数化は Griffiths、Tratnik らによりなされている．この多変数化は青本-Gelfand の超幾何函数で表示されるタイプの多変数化であるが, 今回それとは本質的に異なる一般二項係数を用いた多変数化を与え, その双対性, 母函数, 直交性, 差分関係式, 退化極限等の一変数の場合において知られている基本的な性質を導出する.

岡本健太郎（九州大学大学院数理学府）

Zeta function of the braid group, and the Alexander polynomial

有限集合とその上の自己同型写像から定義されるＺ力学系のゼータ関数Ｚ (σ,T) というものがあり，これは本質的に対称群の置換表現で定まる。そこで本講演では，n 次対称群を n 次組み紐群に拡張し，置換表現に替わる組み紐群の Burau 表現から定義される新しいゼータ関数を定義する。この Burau 表現を置換表現のある種の“ 量子化 ”とみなし、もとのゼータ関数 Z(σ,T) との対応と性質を考えていく。そしてその中で、結び目の有名な不変量である Alexander 多項式との関連を紹介する。