情報科学演習
第14回
数式処理系 Maple 入門

目 次

1 はじめに (Maple とは) 1

2 Maple の起動と使い方 1

2.1 初期設定 1

2.2 簡単な計算 2

2.2.1 様々な定数, 手続き (函数) 2

2.2.2 パッケージ (package) を利用する 4

2.3 グラフィックス機能 5

2.4 Help 6

3 次回の予告 6

1　はじめに (Mapleとは)

今回は数式処理系 Maple を紹介します. 数式処理とは, 数学で行う計算, 即ち, 式の展開, 因数分解, 微分, 積分, 方程式を解く, 逆行列を求める, 固有値計算等を数式のままコンピュータでする事を指します[1]. 実際 Maple, Mathematica, Macsyma (MAXIMA), sage 等の数式処理ソフトは, 大学初年級以上の数学を処理する能力を持っており, 数学教育で用いるソフトとして便利ですし, 研究上の実験ソフトとしても役に立ちます.

Maple は, Canada の Waterloo 大学で開発された数式処理ソフトです. Maple は, 沖縄では見ませんが, 楓という木の事です. Canada 国旗の中央部には楓の葉がデザインされています[2]. 現在, Waterloo Maple Inc. が販売しております. サポートされている OS は, MacOS, Windows, Solaris, Linux (x86) 等です.

Maple の開発は, 1980 年頃に始まったようです. 私が初めて Maple に触れたのが 1987 年位で, 当時の Version が 4.?でした. この頃, ようやくパーソナルコンピュータ (Macintosh) で, Maple が動くようになりました.

このテキストでの約束: このテキストでは, > で始まっている行は, Maple の入力です.

情報基盤統括センターの実習室のマシンに, Maple が入っています (Mac, Linux, Windows 全てに). Maple は一般ユーザ版は 20 万円以上しますが, 学生版は 12000 円のようです. 興味がある人は, `https://www.maplesoft.com` から学生版のページに行ってください. 学生版と通常版の違いは, version up ができるか否かだと思います. (学生版は version up が出来なくて, 通常版は無料もしくは安価で version up ができる).

2　Maple の起動と使い方

「アクティビティ」をクリックして,「アプリケーションの表示」を選択後, 「Maple 2020」を選ぶと起動します.

maple が起動すると, 何を行うかを問う初期 (Startup) 画面が出ますが, ここでは, 下の「Close」を押して, このウィンドウを閉じて下さい.

2.1　初期設定

今のバージョンの Maple では, 入力した添字や分数がそのまま表示されるようになっています. しかし, 実際にこのように表示させると却って入力が面倒なので, 入力のしやすい環境に変更します.

Maple ウィンドウのメニュー「ツール」を選び, 下から 2 つめの「オプション」を選ぶと, 設定ウィンドウが現れます. 上部にいくつかタブがありますが, 左から 2 つめの「表示」のタブを選びます. その欄の一番上にある「入力表示」を「2-D Math 表記」から「Maple 表記」に変更します. その後, 下にある真中のボタン「全体に適用」を押します.

[1]数式を美しく印刷する作業を数式処理と言う人もいますが, 通常はこちらは組版処理といいます
[2]個人的には, パンケーキのシロップは, メイプルシロップ.

2.2 簡単な計算

まずは, 上の方の左側にある「新規ワークシート」をクリックします. ウィンドウ上部の左端に [> の表記があると思います. この部分に数式やコマンドを入力していきます.

Maple の四則演算の記号はそれぞれ, $+, -, *, /$ です. Maple では冪乗と階乗が定義されており, それぞれ, ^と! を用います. Maple では, 文の最後をセミコロン ; で終ってエンターキーを押しますと, 文の評価結果が出力されます. エンターキーだけでは単なる改行となります. 文中の改行は無視されます. 文中の括弧 ( ) は数学と同じ意味になります. 四則演算の優先順位も数学と一致します. 次を実行してみて下さい.

```
> 1 + 2;
> 10/3 + 2;
> 10/3.0;
> 2^10;
> 50!;
> (a+a-b)*c/d;
> a^2 + a;
```

有理数の扱い, 文字式の扱いが数学と一致します. 小数が式に含まれていれば, 自動的に小数扱いされます.

2.2.1 様々な定数, 手続き (函数)

Maple では, 数式処理のための手続きが 2700 以上定義されています. それらを全部解説する事は不可能ですので, ここではその一例をあげます. これらの例の中に初等函数が用いられていますが, それらの意味は容易に類推できると思いますので, これについての解説はいちいちしません.

数式処理に欠かせない定数 (円周率等) が既に定義されています. 円周率は, Pi という記号を使います. 関数に値を代入する時には, 必ず括弧 () が必要で, しかも数式計算上の括弧は, これ以外には使えません. {}, [ ] は別の意味になります.

```
> Pi;
> cos(Pi/4);
> tan(Pi/2);
> arctan(-infinity);
```

$\sqrt{2}$ がそのまま出て来る事, tan の不定値に対するエラーメッセージに注意して下さい. arctan は逆正接函数, infinity は無限大の事です. 最後の答は, 極限値を出力しています.

Maple では, 有理数, 冪根, 円周率等の定数は, そのまま出力されます. 上の逆正接函数の計算でもそうですし, 例えば, $1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \zeta(2) = \frac{\pi^2}{6}$ も次で計算させると, 円周率を使った答が出ます.

```
> sum(1/(n^2), n=1..infinity);
```

これを小数へ変換するには, evalf という手続きを用います.

```
> evalf(Pi^2/6);
```

Maple では, 非常に正確な数値計算ができます. 例えば, $e^{\pi\sqrt{163}} - 744 - 640320^3$ を C 言語の数学関数で計算しますと -480 という答を得ます. Maple を使うと, C 言語の計算がとんでもない誤差を含む事がわかります. 起動時では, 浮動小数点の仮数部は 10 桁に設定されており, そのままですと, この結果は真の値の約 40 倍という答になります. そのため仮数部の桁数を事前に設定します. 仮数部の桁数は, Maple のシステム変数 Digits に格納されていますから, この値を変更します. Maple では変数への代入に := を用います.

```
> Digits:=50;
> evalf(exp(Pi*sqrt(163))-744-640320^3);
```

C 言語のライブラリを用いた計算が, 真の値の 6×10^{14} 倍以上の値になっている事がわかります. (`exp` は exponential の略)

課題 (難): $e^{\sqrt{163}\pi}$ の値が整数に近い理由を調べよ.(同じ理由で, $e^{\sqrt{67}\pi}$ も整数に近い.)

文字式の展開, 因数分解も可能です.

```
> expand((x+y)^5);
> factor(a^8-b^8);
```

次の問題は, 2000 年の琉球大学入学試験問題前期日程数学甲の[1]です.

1. 関数 $\dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ を微分せよ.
2. 不定積分 $\displaystyle\int x\sqrt{x^2+2}\,dx$ を求めよ.
3. 定積分 $\displaystyle\int_{\frac{1}{e}}^{2e} x^3 \log x\,dx$ を求めよ.
4. $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{2x+1}-1-x}{x^2}$ を求めよ.

このような単純な計算は, Maple は得意です. (試験では, 答だけを書いても満点にはならないと思います.) Maple V では, 直前の結果を%で参照できます.

```
> diff(x/sqrt(1+x^2),x);
> simplify(%);
> int(x*sqrt(x^2+2),x);
> int(x^3*log(x), x=exp(-1)..2*exp(1));
> limit((sqrt(2*x+1)-1-x)/x^2, x=0);
```

方程式 $f(x) = 0$ の解を求める様々な方法も Maple には用意されています. $f(x)$ が 4 次以下の多項式なら, この方程式には代数的な解法が存在する事が知られています. (3 年の代数学 I・II で勉強する予定です.) Maple はこれらの解法を知っており, solve という手続きになっています. 次を実行してみて下さい. これらの解には複素数が含まれますが, Maple では虚数単位は大文字の I で表示されます.

```
> solve(x^3+1,x);
> solve(x^3+3*x+1,x);
```

5 次以上の方程式には, 代数的な解法が一般には存在しない事が知られています (代数的という制限を外せば, 別な解法はあります). 次を実行してみてください.

```
> solve(x^5+x^2+1, x);
```

RootOf($_Z^5 + _Z^2 + 1$) という解が出て来ます. もちろん, これは単なるトートロジーに過ぎないのですが, Maple は代数的数を扱えるので, この解 (代数的数) を用いた計算が今後記号的に可能です.

代数的な解法がある場合でも, その解法が複雑な場合には, 残念ながら代数的な解を出力しません. 例えば, 1 の 7 乗根を計算させようとしても, de Moivre (ド モアブル) の公式から出てくる解が単純に出力されるだけです.

```
> solve(x^7-1, x);
```

上で述べたように Maple では, 代数的数が扱えます. これを利用すると, $x^7 - 1 = 0$ の代数的な解も求める事ができます. $x^7 - 1 = (x-1)(x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$ ですが, 積の右側の 6 次式は $\sqrt{-7}$ を使うと, 2 つの 3 次式の積に因数分解されます。この様な因数分解は, 付け加える数を factor の第 2 引数に加える事で可能です.

```
> factor(x^6+x^5+x^4+x^3+x^2+x+1, (-7)^(1/2));
```

従って, 1 の複素 7 乗根は, 次の 2 つ方程式の解全体です.

```
> solve(2*x^3+x^2-I*sqrt(7)*x^2-x-I*sqrt(7)*x-2,x);
> solve(2*x^3+x^2+I*sqrt(7)*x^2-x+I*sqrt(7)*x-2,x);
```

$f(x)$ が 5 次以上の多項式や, 多項式以外の場合には, 一般的な解法が存在しません. このような方程式の近似解を数値的に計算する方法も Maple は知っています. 上の方程式の数値解も, 次で計算してくれます.

```
> fsolve(x^5+x^2+1, x);
```

実際, 関数のグラフを描画する plot を使って,

```
> plot(x^5+x^2+1,x=-5..5);
> plot(x^5+x^2+1,x=-2..0);
```

等を実行しますと, fsolve で求めた値が $x^5 + x^2 + 1 = 0$ の唯 1 の実数解の近似値である事がわかります.

2.2.2 パッケージ (package) を利用する

これまでの計算では, 特別な事をせずともそれを実行しますが, 行列の計算などはそのままでは実行してくれず, それを計算するためのパッケージ (ライブラリ) を呼び出す必要があります. ここでは, 線形代数学のパッケージを呼び出して, そこで定義されている計算をしてみます.

パッケージを読み込むには with という手続きを使います. 線形代数学のパッケージ名は linalg となっておりますので, 次のように入力します.

```
> with(linalg);
```

この時に出力されるのが, linalg のパッケージで定義されている手続き名です. 一例をあげますと, 次のようになります.

```
> B:= matrix(2,2);
> trace(B);
> det(B);
> inverse(B);
> eigenvalues(B);
```

どのようなパッケージが利用できるかは, 手続き help に引数 package をいれて利用する事でわかります.

```
> help(package);
```

注意

線形代数用パッケージとして, 新たに LinearAlgebra というものも導入されています. より拡張された機能を持つのですが, 微妙に使い勝手が違います. 詳しくは, 次を参照してください.

```
> help(LinearAlgebra);
```

2.3 グラフィックス機能

上でも述べたように, 例えば, $\sin x$ の関数のグラフを書くには, 次のように入力します.

```
> plot(sin(x), x = -Pi .. Pi);
```

2 変数関数のグラフも簡単に書けます.

```
> plot3d(cos(2*x^3+y^2), x=-2..2, y=-2..2);
```

マウスの左ボタンで図形を掴んで動かせば, 立方体が動きます.

Maple では, 座標を順に与えてそれを線分で結び多角形を描く事ができます. まずは, グラフィック表示のためのパッケージ plots を読み込みます.

```
> with(plots);
```

次を実行して見て下さい.

```
> cornercoordinates := [[0,0],[1,0],[1,-1] ,[0,-1]]:
> asquare := polygonplot(cornercoordinates):
> display(asquare);
> ngon := n -> [seq([cos(2*Pi*i/n),sin(2*Pi*i/n) ], i = 1..n)]:
> display([polygonplot(ngon(8))]);
> fivestar:=[seq([cos(2*Pi*(2*i+1)/5),sin(2*Pi*(2*i+1)/5)], i = 1..5)]:
> display([polygonplot](fivestar));
```

注意

現在, 基盤情報統括センターに導入されている Linux 版 Maple では, 3D グラフィックスの表示ができません. 3D グラフィクス (2 変数関数のグラフなど) を使う場合は, Windows もしくは Mac 版を使ってください.

2.4 Help

Maple 本体のウィンドウのメニューバーの右端にヘルプメニューがあります. ここからさまざまな機能を知る事ができます. Maple は非常に多機能です. ヘルプブラウザーで必要な項目にたどり着くのも大変です. ブラウザー以外にもヘルプメニューの Topic Search, Full Text Search で検索することができます. さらに, 上で述べたように Maple のプロンプト行で

```
> ? キーワード
```

あるいは

```
> help(キーワード);
```

とすると, Topic Search とほぼ同じ事が実行されます. 次でも, 利用上役立つ様々な情報が得られます. 検索すべきキーワードが何であるかというのは, 他の講義から学習してください.

```
> help(help);
```

ウィンドウのタブの中に「Start_ja.mw」というのがあります. これをクリックすると, 初期画面がでます. この中に「Maple 基本ガイド」というのがありますので, これをクリックすると簡単な Maple の使い方が一通り説明されます. 残った時間はこの Maple ツアーをやってみて下さい[3]. また, 微積や線形代数の教科書の問題を Maple で解いてみて下さい. (解答にそこそこ間違いがあったりして...)

2002 年の計算機言語 I で Maple を用いたプログラミングの講義を行いました. そのときのテキストが (LaTeX ファイルですが), 次の場所にあります. 今回のテキストは, そこにある 1.tex を改訂した物です. 使い方をより知りたい方は, 参考にして下さい. Maple の version が当時から大分上がっていますが, 内容は今でもほとんど通用するはずです. 下のサイトのアクセス方法は, 来週の資料に書きます.

`ftp://ftp.math.u-ryukyu.ac.jp/pub/gengo/2002/`

3 次回の予告

次週は, もう一度 Web ペイジ作成に戻って, 以前に言っておいた, オリジナルペイジの作成をしていただきます. 取材した材料を持って来て下さい. オリジナルページですが, 特にネタとかがなくても, 高校時代の情報科目とかで Javascript 等を勉強したことがあれば, それで作った簡単なプログラムを置くのでも構いません. 成績評価の基準となる Web ペイジ完成締切は 8 月 7 日 (月) とします. これは, 8 月 7 日以前には, 成績評価をしないという意味です.

[3] このような数学用ソフトやプログラミング言語の記述, あるいはそのエラーメッセージは, ほとんどの場合英語になります. それは, これらが世界中で開発されており, そのときの共通言語が英語になってしまったからです. そのような英語のメッセージの日本語訳が実行されていないことが, 普通にあります. 従って, 英語に対するアレルギーをなくすとともに, そのメッセージを読む訓練をしておくことは, 将来の役に立ちます. 文学のような難しい表現はありませんので, 早いうちに慣れて下さい.

参考文献

[1] B. W. Char 他, サイバネットシステム訳, はじめての Maple, 1998, シュプリンガーフェアラーク東京

[2] B. W. Char 他, サイバネットシステム訳, よくわかる Maple, 1998, シュプリンガーフェアラーク東京

[3] K. M. Heal, M. Hansen, K. Rickard 著, 示野信一他訳, Maple V Release 5 ラーニングガイド, 1999, シュプリンガーフェアラーク東京

[4] 示野信一著, Maple V で見る数学ワールド, 1999, シュプリンガーフェアラーク東京

Maple の使い方の参考書です. どれも古い本なので今とは少し使い方が異なる部分もありますが, そのときには Help で調べて下さい. また, 現在では, これらの本は流通していないと思いますので, 図書館等で借りて呼んで下さい.

無料の数式処理系で古くからある有名なのもとして, MAXIMA(macsyma) とそれを拡張した, Sage があります. 数式処理系は使いたいがお金はないという方は, これをネットから取ってきて使うという手もあります. 使い方は自習して下さい.

MAXIMA は比較的汎用な数式処理ソフトですが, MAXIMA 以外にも数学計算のための無料ソフトが沢山あり, これらのうち, 有用なものをまとめて使えるようにしたものが, Sage です. Sage は python というプログラミング言語を制御用の言語として用いて, 様々な数学ソフトを一括して利用できるようにしているものです. Sage はネットワークを利用して, スマートフォンやタブレット端末でも利用できます. こちらも, 興味を持った人は, ネットでいろいろ調べて下さい.

上に述べた Sage や, これ以外の数学用の無料ソフトをパッケージ化し Linux 上にまとめたものとして, MathLibre (`http://www.mathlibre.org/index-ja.html`) というものが日本で開発されています. Intel あるいは, AMD の CPU をもつ PC なら, USB メモリから起動可能なので, 試してみる価値はあります (Apple Chip の mac や Arm CPU の Windows では動作しません.) [4].

[4] USB 2.0 の USB メモリだと, データ転送測度が遅く, 常用するにはちょっとつらい. USB 3.0 対応のものだとそこそこ使えます. DVD 起動も可能ですが, USB よりも遅いので実用的とは言えません.